

## Aufgabe 1

In seinem zweiten Rechenbuch (1522) stellte Adam Ries Aufgaben zum Kauf von Tieren, „Viehkauf“ genannt (siehe nebenstehende Abbildung).

Du erinnerst dich – damals bezahlte man unter anderem mit Gulden und Groschen, 1 Gulden entsprach 21 Groschen.



- (a) An einem Verkaufstag kostete ein Ochse 26 Groschen, ein Schwein 19 Groschen und eine Ziege 7 Groschen. Ein Bauer kaufte 2 Ochsen, 5 Schweine und 9 Ziegen. Wie viel musste der Bauer bezahlen? Gib den Betrag mit möglichst wenig Münzen an.

An einem anderen Tag kostete ein Ochse 1 Gulden, ein Schwein 17 Groschen und eine Ziege 9 Groschen. Ein Bauer hatte 7 Gulden und wollte dieses Geld vollständig beim Tierkauf ausgeben.

- (b) Gib eine Möglichkeit an, wie viele Tiere er an diesem Tag gekauft haben könnte, wenn er Tiere von genau zwei der Tierarten kaufte.
- (c) Wie viele Tiere von jeder Tierart könnte der Bauer an diesem Tag kaufen, wenn er genau 7 Gulden ausgeben möchte und von jeder Tierart mindestens ein Tier kauft? Zeige in einer Probe, dass der Bauer genau 7 Gulden bezahlen muss. Begründe, dass es genau eine Möglichkeit gibt.

## Úloha 1

V druhé početnici (1522) Adama Riese jsou úlohy o nákupu hospodářských zvířat (viz přiložený obrázek).

Jak víš, platilo se tenkrát mimo jiné guldeny a groši, 1 gulden odpovídá 21 grošům.

- (a) Jednoho dne stál vůl 26 grošů, vepř 19 grošů a koza 7 grošů. Sedlák si koupil 2 voly, 5 vepřů a 9 koz. Kolik musel sedlák zaplatit? Uveď částku tak, aby byl počet mincí co nejmenší.

Jiného dne stál vůl 1 gulden, vepř 17 grošů a koza 9 grošů. Sedlák měl 7 guldenů a na nákup zvířat je chtěl použít všechny.

- (b) Uveď jednu možnost, kolik a jakých zvířat si v tento den mohl koupit za předpokladu, že si chtěl koupit zvířata právě dvou živočišných druhů.
- (c) Kolik zvířat každého živočišného druhu si mohl sedlák v tento den koupit, jestliže chtěl utratit právě 7 guldenů a chtěl si pořídit alespoň jedno zvíře od každého druhu? Proved' zkoušku a ukaž, že sedlák musí zaplatit právě 7 guldenů. Odůvodni, že úloha má právě jedno možné řešení.

# 24. Vierländerwettbewerb 2017

## 24. soutěž čtyř zemí 2017



Oberfranken – Sachsen – Thüringen – Tschechische Republik  
Horní Franky – Sasko – Durynsko – Česká republika

### **Aufgabe 1 – Úloha 1**

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.

## Aufgabe 2

Ein Domino-Spiel besteht aus 28 Spielsteinen, jeder Spielstein besteht aus 2 Feldern, auf denen Kombinationen der Ziffern 0 bis 6 stehen. Jede mögliche Kombination von 0-0, 0-1, ..., 6-6 kommt dabei genau einmal vor. In der Abbildung sind die Steine 0-1 und 2-3 zu sehen.

Anna und Birgit haben für die folgenden Teilaufgaben alle Spielsteine entfernt, auf denen die Ziffer 0 vorkommt.



- (a) Wie viele Domino-Steine gibt es, auf denen die Ziffer 0 nicht vorkommt?

Anna hat sich einen Domino-Stein ausgesucht und gibt dazu folgende Aussagen:

- (1) „Die Summe der Ziffern auf beiden Feldern ist ein Vielfaches von 5.“
- (2) „Beide Ziffern sind verschieden.“
- (3) „Die Differenz zwischen der größeren und der kleineren Ziffer ist gerade.“

*(Hinweis: Die Zahl 0 ist eine gerade Zahl.)*

- (b) Weise nach, dass man eindeutig bestimmen kann, welchen Domino-Stein Anna ausgesucht hat, wenn die Aussagen (1) bis (3) alle wahr sind. Zeige, dass dieser Stein alle drei Aussagen erfüllt.
- (c) Weise nach, dass es keinen Domino-Stein gibt, für den zutrifft, dass die Aussagen (1) bis (3) alle falsch sind.
- (d) Birgit nimmt zwei Domino-Steine in die Hand und erklärt:
- (1) „Bei einem Domino-Stein ist die eine Ziffer doppelt so groß wie die andere Ziffer.“
  - (2) „Bei dem anderen Domino-Stein ist die Differenz zwischen der größeren Ziffer und der kleineren Ziffer größer als 3.“
  - (3) „Die Ziffernsummen beider Domino-Steine sind gleich.“
- Ermittle, welche Steine Birgit ausgesucht haben kann und zeige, dass diese Auswahl alle Aussagen erfüllt.

## Úloha 2

Hra domino obsahuje 28 hracích kamenů a na každém kameni jsou 2 políčka, na nichž je uvedena kombinace číslic od 0 do 6. Každá možná kombinace 0-0, 0-1, ..., 6-6 je ve hře zastoupena právě jednou. Na obrázku jsou kameny 0-1 a 2-3.

Anna a Birgit daly pro následující dílčí úlohy stranou všechny hrací kameny, na nichž se vyskytuje číslice 0.

- (a) Kolik je dominových kamenů, na nichž není uvedena číslice 0?

Anna si vybrala jeden kámen domina a prohlásila o něm:

- (1) „Součet číslic na obou polích je násobkem 5.“
- (2) „Číslice na políčkách jsou různé.“
- (3) „Rozdíl mezi větší a menší číslicí je sudý.“

*(Poznámka: 0 je sudé číslo.)*

- (b) Dokaž, že lze jednoznačně určit, jaký dominový kámen si Anna vybrala, jsou-li všechny výroky (1) až (3) pravdivé. Ukaž, že tento kámen všechny tři výroky splňuje.
- (c) Dokaž, že neexistuje kámen, pro který platí, že všechny výroky (1) až (3) jsou nepravdivé.
- (d) Birgit si vezme do ruky dva dominové kameny a prohlásí:
- (1) „Na jednom kameni je jedna číslice dvakrát vyšší než ta druhá.“
  - (2) „Na druhém kameni je rozdíl mezi vyšší a nižší číslicí větší než 3.“
  - (3) „Součet číslic je na obou kamenech stejný.“
- Zjisti, které kameny si Birgit mohla vybrat, a ukaž, že pro tento výběr platí všechny výroky.

# 24. Vierländerwettbewerb 2017

## 24. soutěž čtyř zemí 2017



Oberfranken – Sachsen – Thüringen – Tschechische Republik  
Horní Fránsko – Sasko – Durynsko – Česká republika

## Aufgabe 2 – Úloha 2

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

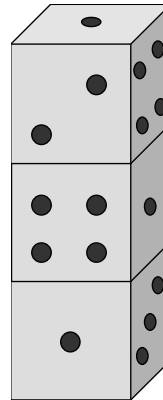
Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.

### Aufgabe 3

Wir spielen wieder gedanklich mit Spielwürfeln. Auf jedem Spielwürfel stehen die Augenzahlen 1 bis 6. Die Summe der Augenzahlen von gegenüberliegenden Würfelseiten beträgt stets 7.

Wir bauen Würfeltürme, indem wir Würfel übereinandersetzen, und summieren alle Augenzahlen, die insgesamt zu sehen sind, wenn wir von allen Seiten und von oben auf den Turm schauen.

- (a) Gib die Summe aller Augenzahlen an, die beim Turm der nebenstehenden Abbildung insgesamt zu sehen sind.
- (b) Erkläre, wie man einen Turm bauen muss, damit die Summe aller sichtbaren Augenzahl genau 73 beträgt.
- (c) Begründe, warum man keinen Würfelturm bauen kann, der als Summe aller sichtbaren Augenzahlen 51 hat.
- (d) Untersuche, ob die Zahl 212 die Summe aller sichtbaren Augenzahlen von drei einzeln stehenden Würfeltürmen sein kann. Begründe dein Ergebnis.



### Úloha 3

Představme si opět hrací kostky. Na každé hrací kostce jsou čísla (neboli oka) od 1 do 6. Součet ok na protilehlých stěnách činí vždy 7.

Nyní kostky položíme na sebe a postavíme věž, a pak sečteme všechna oka, která jsou na věži vidět, když si ji celou prohlédneme ze všech stran a seshora.

- (a) Uveď součet všech ok, která jsou vidět na věži znázorněné na obrázku.
- (b) Vysvětli, jak je nutné věž postavit, aby součet všech viditelných ok činil právě 73.
- (c) Odůvodni, proč nelze postavit věž, u které by součet všech viditelných ok byl 51.
- (d) Zjisti, zda číslo 212 může být součtem všech viditelných ok na třech samostatně stojících věžích. Výsledek odůvodni.

# 24. Vierländerwettbewerb 2017

## 24. soutěž čtyř zemí 2017



Oberfranken – Sachsen – Thüringen – Tschechische Republik  
Horní Fránky – Sasko – Durynsko – Česká republika

### **Aufgabe 3 – Úloha 3**

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.