



ADAM-RIES- Wettbewerb (3. Stufe)

Mathematische Soutěž
ADAMA RIESE
(3. stupeň)

2013

Oberfranken – Horni Franky
Sachsen – Sasko
Thüringen – Durynsko
Tschechien – Česká republika

Aufgabe 1 – Úloha 1

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výroky musí být jasně formulovány a odůvodněny.



ADAM-RIES- Wettbewerb (3. Stufe)

Matematická soutěž
ADAMA RIESE
(3. stupeň)

2013

Oberfranken – Horni Franky
Sachsen – Sasko
Thüringen – Durynsko
Tschechien – Česká republika

Aufgabe 2 – Úloha 2

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výroky musí být jasně formulovány a odůvodněny.

Aufgabe 2. Ein $n \times n$ Schachbrett besteht aus n waagerechten Zeilen und n senkrechten Spalten.

Die Dame ist beim Schach die mächtigste Figur. Sie kann von ihrem Standpunkt aus alle Felder in der jeweiligen Zeile, der Spalte und den beiden Diagonalen erreichen.

Zur besseren Orientierung bezeichnen wir wie beim Schach üblich die Zeilen mit Zahlen, die Spalten mit kleinen Buchstaben und die Felder mit $a1 \dots$

Abb.1 zeigt ein 5×5 Schachbrett mit einer Dame (★) auf Feld $b4$ und allen durchgestrichenen Feldern, die sie von Ihrem Standpunkt aus erreichen kann.

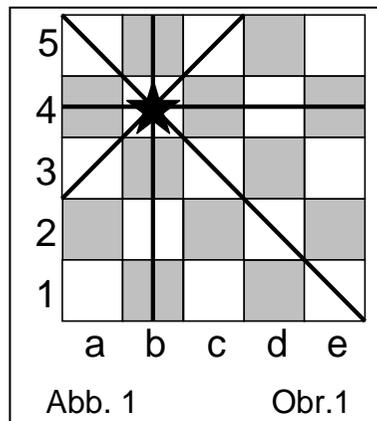


Abb. 1

Obr.1

Die Aufgabe besteht nun darin, auf einem $n \times n$ Schachbrett n Damen so aufzustellen, dass keine der Damen auf einem Feld steht, das von einer anderen Dame erreicht werden kann.

- Begründe, dass die Aufgabe für $n = 2$ nicht lösbar ist.
- Ermittle die kleinste Zahl n , für die diese Aufgabe lösbar ist und gib für diese Zahl n eine solche Aufstellung an, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt.
- Markus, der sich mit diesem Problem beschäftigt, knobelt an einem

5×5 Schachbrett. Er hat bereits zwei der fünf Damen auf die Felder $a3$ und $e4$ aufgestellt (Abb. 2).

Zeige dass es Markus nicht möglich ist, die Aufgabe für 5 Damen mit einem solchen Beginn zu lösen. Du kannst die Darstellung auf dem Arbeitsblatt nutzen.

Gib eine vollständige Aufstellung für 5 Damen auf einem 5×5 Schachbrett an, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt. Du kannst die Darstellung auf dem Arbeitsblatt nutzen.

- Ermittle für $n = 5$ alle verschiedenen Aufstellungen der geforderten Art und zeige, dass es keine weiteren geben kann. Du kannst die Darstellungen auf dem Arbeitsblatt nutzen.

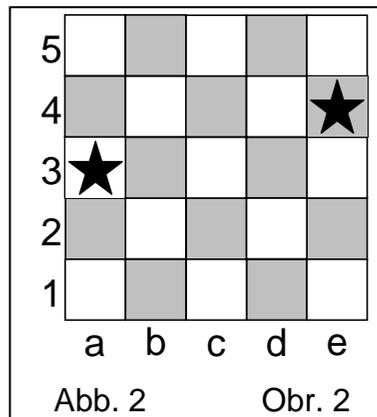


Abb. 2

Obr. 2

(Zwei Aufstellungen sind verschieden, wenn sie nicht durch Drehung oder Spiegelung auseinander hervorgehen.)

Úloha 2. Šachovnice $n \times n$ sestává z n vodorovných řádků a n svislých sloupců.

Dáma je při šachu nejmocnější figurkou. Může se ze svého stanoviště dostat na všechna políčka daného řádku, sloupce a obou úhlopříček.

Pro lepší orientaci označíme řádky čísly, sloupce malými písmeny a pole, např. $a1, \dots$, jak to bývá při šachu zvykem.

Obr. 1 ukazuje šachovnici 5×5 s dámou (★) na poli $b4$ a se všemi proškrtnutými poli, na které se může ze svého stanoviště dostat.

Úkol nyní spočívá v tom, rozestavit na $n \times n$ šachovnici n dam tak, aby žádná z dam nestála na políčku, na které se může dostat jiná dáma.

- Zdůvodni, že úkol není řešitelný pro $n = 2$.
- Zjisti nejmenší číslo n , pro které je tento úkol řešitelný a uveď pro toto číslo n takové rozestavení, které splňuje podmínky úlohy.
- Markus, který se tímto problémem zabývá, přemýšlí nad šachovnicí 5×5 . Postavil už dvě z pěti dam na pole $a3$ a $e4$ (zobrazeno na obr. 2).
Dokaž, že Markus nemůže vyřešit úlohu pro 5 dam s takovýmto začátkem. Můžeš využít zobrazení na pracovním listu.
Uveď úplné rozestavení pro 5 dam na šachovnici 5×5 , které by splňovalo podmínky úlohy. Můžeš využít zobrazení na pracovním listu.
- Zjisti pro $n = 5$ všechna různá rozestavení požadovaného typu a ukaž, že neexistují žádná další. Můžeš využít zobrazení na pracovním listu.

(Dvě rozestavení jsou různá, pokud nevznikne jedno z druhého otočením nebo zrcadlením.)



ADAM-RIES- Wettbewerb (3. Stufe)

Matematická soutěž
ADAMA RIESE
(3. stupeň)

2013

Oberfranken – Horni Franky
Sachsen – Sasko
Thüringen – Durynsko
Tschechien – Česká republika

Aufgabe 3 – Úloha 3

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výroky musí být jasně formulovány a odůvodněny.

Aufgabe 3. In unserem Sonnensystem, zwischen den Planeten Mars und Jupiter, gibt es einen Kleinplaneten mit den Namen „Adamries“. Auf diesem, so erzählt man sich, gibt es Automaten, die sprechen können. Auf jede Frage geben sie eine Antwort. Wenn die Automaten einwandfrei funktionieren, geben sie **nur richtige** Antworten, sind sie aber defekt, dann geben sie **nur falsche** Antworten.

In einem Raum mit fünf Automaten wurden auf die Frage „Welche Automaten sind defekt?“ folgende Antworten gegeben:

- Automat 1: „Mindestens zwei von den fünf Automaten funktionieren einwandfrei.“
- Automat 2: „Mindestens drei von den fünf Automaten funktionieren einwandfrei.“
- Automat 3: „Ich funktioniere einwandfrei.“
- Automat 4: „Mindestens zwei von den fünf Automaten sind defekt.“
- Automat 5: „Mindestens drei von den fünf Automaten sind defekt.“

Durch ein gerissenes Kabel konnte man sofort erkennen, dass der Automat 5 defekt ist, also eine falsche Antwort gegeben hatte.

- a) Begründe, dass die Annahme, „alle fünf Automaten sind defekt“ zu einem Widerspruch zu den Antworten der Automaten führt.
- b) Zeige, dass es durch die Antworten der Automaten eindeutig möglich ist, die Anzahl der defekten Automaten zu ermitteln. Gib die Anzahl und die Nummern der defekten Automaten an.
- c) In einem anderen Raum mit ebenfalls fünf Automaten wurde die gleiche Frage gestellt. Die Automaten 1, 2, 4 und 5 gaben die gleiche Antwort wie die im vorhergehenden Raum. Automat 3 antwortete: „Ich bin defekt.“

Untersuche, ob diese Antworten den Bedingungen der Aufgabe entsprechen.

Úloha 3. V naší sluneční soustavě, mezi planetami Mars a Jupiter, se nachází planetka jménem „Adamries“. Říká se, že na této planetce existují automaty, které umí mluvit. Na každou otázku dají odpověď. Pokud automaty fungují bezchybně, dávají **jen správné** odpovědi, jsou-li ale defektní, pak dávají **jen chybné** odpovědi.

V místnosti s pěti automaty zazněly na otázku: „Které automaty jsou defektní?“ následující odpovědi:

- automat 1: „Nejméně dva z těchto pěti automatů fungují bezchybně.“
- automat 2: „Nejméně tři z těchto pěti automatů fungují bezchybně.“
- automat 3: „Já funguji bezchybně.“
- automat 4: „Nejméně dva z těchto pěti automatů jsou defektní.“
- automat 5: „Nejméně tři z těchto pěti automatů jsou defektní.“

Díky přetrženému kabelu se dalo ihned poznat, že automat 5 je defektní, tedy dal chybnou odpověď.

- a) Zdůvodni, že domněnka: „všech pět automatů je defektních“ bude v rozporu s odpověďmi automatů.
- b) Ukaž, že je možné z výše uvedených odpovědí automatů jednoznačně určit počet defektních automatů. Uveď počet a čísla defektních automatů.
- c) V další místnosti také s pěti automaty byla položena stejná otázka. Automaty 1, 2, 4 a 5 odpověděly stejně jako ty v předcházející místnosti. Automat 3 odpověděl: „Já jsem defektní.“

Prověř, zda tyto odpovědi vyhovují podmínkám úlohy.