

ADAM-RIES-WETTBEWERB

MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES



OBERFRANKEN - HORNÍ FRANKY

SACHSEN - SASKO

THÜRINGEN - DURYNSKO

TSSCHECHIEN - ČESKÁ REPUBLIKA

AUFGABE 1 - ÚLOHA 1

ADAM-RIES-Wettbewerb (3.Stufe, Teil 1)

Aufgabe 1

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Zur Zeit, als ADAM RIES lebte, gab es in Europa viele kleine Staaten. Beim Transport von Waren über die Grenzen musste man Zoll entrichten. Dies geschah in Form von Münzen, aber auch durch Waren.

Im zweiten Rechenbuch von Ries, das 1522 erschienen ist (die nebenstehende Abbildung zeigt die Titelseite der zweiten Auflage aus dem Jahre 1525), stellt er dazu unter anderem eine Aufgabe, die in unserem heutigen Sprachgebrauch folgendermaßen lautet:

„Ein Händler transportiert von Wien nach Regensburg 60 Fuder Wein. Ein Fuder davon gibt er dem Zöllner als Zoll, von dem er aber 630 Groschen zurück erhält.

Nun kommt ein zweiter Händler, bringt 200 Fuder Wein und bezahlt dem Zöllner 1 Fuder und noch 420 Groschen Zoll.“

(Der Anteil des Zolls für ein und denselben Warenwert ist gleich.)

- Ein dritter Händler bringt 600 Fuder Wein. Berechne den Zoll (in Wein und Groschen), den dieser Händler bezahlen muss.
- Angenommen, ein Fuder Wein hat einen Wert von 1000 Groschen. Weise nach, dass der Anteil des von den ersten beiden Händlern bezahlten Zolls unter diesen Bedingungen nicht gleich ist.
- Ermittle, wie viele Groschen der tatsächliche Wert für ein Fuder Wein ist.

Matematická soutěž ADAM RIES (3. stupeň, část 1)

Úloha 1

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.

V době, kdy žil Adam Ries, bylo v Evropě mnoho malých států. Při přepravě zboží přes hranice se muselo platit clo. To se dělo formou mincí, ale také zbožím.

Ve druhé početnici od Adama Rieseho, která vyšla roku 1522 (vedlejší obrázek ukazuje titulní stranu druhého vydání z roku 1525) uvádí k tomu mimo jiné úkol, který by v našem dnes užívaném jazyce zněl následovně:

„Kupec přepravuje z Vídně do Regensburgu 60 sudů. Jeden sud dá jako clo celníkovi a ten mu vrátí 630 grošů.

Nyní přichází druhý kupec, přináší 200 sudů vína a zaplatí celníkovi 1 sud a ještě 420 grošů cla.“

(Podíl cla pro jednu a tutéž hodnotu zboží je stejný.)

- Třetí kupec přinese 600 sudů vína. Vypočítej clo (ve víně i groších), které tento kupec musí zaplatit.
- Předpokládáme, že jeden sud vína má hodnotu 1000 grošů. Dokaž, že podíl cla zaplaceného od prvních dvou kupců se za těchto podmínek nerovná.
- Zjisti, jaká je skutečná cena jednoho sudu v groších.



ADAM-RIES-WETTBEWERB MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES



OBERFRANKEN - HORNÍ FRANKY
SACHSEN - SASKO
THÜRINGEN - DURYNSKO
TSCHECHIEN - ČESKÁ REPUBLIKA

AUFGABE 2 - ÚLOHA 2

ADAM-RIES-Wettbewerb (3.Stufe, Teil 1)

Aufgabe 2

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

Eine Strecke, die zwei Punkte eines Kreises verbindet, heißt Sehne. Zu vier Punkten eines Kreises gibt es genau 6 Sehnen (vgl. Abb.1).

- Trage auf den Kreis des Arbeitsblattes zu den gegebenen 4 Punkten einen fünften Punkt ein. Zeichne alle Sehnen zu diesen 5 Punkten.
- Gib die Anzahl der Sehnen bei 6 Kreispunkten und bei 7 Kreispunkten an (Du kannst zum Probieren das Arbeitsblatt benutzen).

Formuliere einen Zusammenhang, mit dem man die Anzahl der Sehnen aus der Anzahl der Kreispunkte berechnen kann.

Die Sehnen unterteilen die Kreisfläche in Gebiete. Im Folgenden wird immer die größtmögliche Anzahl solcher Gebiete betrachtet. Eine Kreisfläche mit 4 Punkten und folglich 6 Sehnen wird in 8 Gebiete unterteilt (vgl. Abb. 2).

- Ermittle die Anzahl der Gebiete bei 5 Kreispunkten. Nutze dazu deine Lösung der Aufgabe a) auf dem Arbeitsblatt.
- Bei der Untersuchung zur Anzahl der Gebiete, in die Geraden eine **Ebene** teilen, wurde in der 1. und 2. Stufe des ARW folgender Zusammenhang abgeleitet:

Wenn zu 4 Geraden eine fünfte hinzukommt, dann kann diese die vorangehenden 4 Geraden höchstens in 4 Punkten schneiden. Diese 4 Schnittpunkte teilen die neue Gerade in 5 Geradenabschnitte. Folglich entstehen 5 neue Gebiete.

Übertrage diesen Zusammenhang auf die Problemstellung, wie man aus der Anzahl der Gebiete bei einer Teilung der **Kreisfläche** durch Sehnen mit 5 Kreispunkten (Aufgabe c) auf die Anzahl der Gebiete mit 6 Kreispunkten schließen kann.

Ermittle diese Anzahl durch eine entsprechende Rechnung.

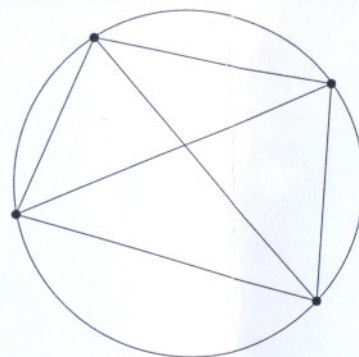


Abb.1/Obr. 1

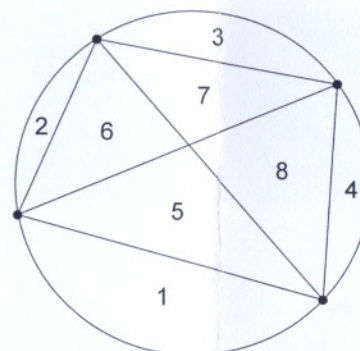


Abb.2/Obr. 2

Matematická soutěž ADAM RIES (3. stupeň. část 1)

Úloha 2

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.

Úsečka, která spojuje dva body kružnice, se nazývá tětiva. Ke čtyřem bodům jedné kružnice existuje právě 6 tětiv (porovnej s obr. 1).

- Zanes do kružnice na pracovním listu k daným 4 bodům ještě jeden pátý bod. Zakresli všechny tětivy k těmto pěti bodům.
- Uveď počet tětiv u 6 kružnicových bodů a u 7 kružnicových bodů (k vyzkoušení můžeš využít pracovní list).

Vyjádři souvislost, se kterou můžeme vypočítat počet tětiv na základě počtu kružnicových bodů.

Tětivy rozdělují kruh na pole. V následujícím se bere v úvahu vždy nejvýše možný počet takových polí. Kruh se 4 body a tedy 6 tětivami se rozdělí na 8 polí (porovnej s obr. 2).

- Zjisti počet polí u 5 kružnicových bodů. Využij k tomu tvoje řešení úkolu a) na pracovním listu.
- Při šetření počtu polí, ve které přímky dělí **rovinu**, byla v 1. a 2. stupni matematické soutěže "Adam Ries" odvozena následující souvislost:

Jestliže k 4 přímkám přibude pátá, může tato předcházející 4 přímky protnout nanejvýš ve čtyřech bodech. Tyto 4 průsečíky dělí novou přímku na 5 částí. Následně vznikne 5 nových polí.

Převeď tuto souvislost na vymezení problému, jak se může usoudit z počtu úseků při dělení **kruhu** tětivami s 5 kružnicovými body (úkol c) na počet úseků se 6 kružnicovými body.

Zjisti počet odpovídajícím výpočtem.

ADAM-RIES-WETTBEWERB MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES



OBERFRANKEN - HORNÍ FRANKY

SACHSEN-SASKO

THÜRINGEN - DURYNSKO

TSSCHECHIEN - ČESKÁ REPUBLIKA

AUFGABE 3 - ÚLOHA 3

ADAM-RIES-Wettbewerb (3.Stufe, Teil 1)

Aufgabe 3

Hinweis: Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen) muss deutlich erkennbar sein. Alle Aussagen müssen klar formuliert und begründet werden.

„Wer von euch hat die Fensterscheibe zerbrochen?“ befragt der aufgeregte Hausmeister die vier von ihm verdächtigten Kinder Anna, Ben, Christian und Dominic.

Diese geben die folgenden Antworten:

Anna: „Ben war es“.
Ben: „Dominic hat es getan“.
Christian: „Ich war es nicht“.
Dominic: „Ben hat gelogen“.

Der Hausmeister, der viele Erfahrungen in ähnlichen Situationen gesammelt hat, weiß, dass die Kinder bei solchen Befragungen häufig lügen. Außerdem ist ihm bekannt, dass genau einer der vier die Scheibe zerbrochen hat.

- a) Begründe, dass nicht alle vier Kinder in ihren Aussagen gelogen haben können.
- b) Angenommen, es hat nur genau eines von den vier Kindern die Wahrheit gesagt, die anderen drei gelogen.
Begründe, dass dann nur Christian der Täter gewesen sein kann.
- c) Der Hausmeister erkennt, dass genau eines der vier Kinder gelogen hat.

Untersuche, ob es unter diesen Bedingungen möglich ist, den Täter eindeutig zu ermitteln. Gib gegebenenfalls den Namen des Kindes an, der die Fensterscheibe zerbrochen hat.



Matematická soutěž ADAM RIES (3. stupeň, část 1)

Úloha 3

Poznámka: Postup řešení (včetně vedlejších výpočtů) musí být jasně patrný. Všechny výpovědi musí být jasně formulovány a odůvodněny.

„Kdo z vás rozbil okenní tabuli?“ dotazuje se rozčilený domovník čtyř jemu podezřelých dětí Anny, Bena, Christiana a Dominika.

Tyto dávají následné odpovědi:

Anna: „Ben to byl“.
Ben: „Dominik to udělal“.
Christian: „Já jsem to nebyl“.
Dominik: „Ben lhal“.

Domovník, který nasbíral mnoho zkušeností z podobných situací, ví, že děti často při takovém výslechu lžou. Kromě toho mu bylo známo, že právě jeden z těch čtyř to okno rozbil.

- a) Zdůvodni, že ne všechny děti mohly ve svých výpovědích lhát.
- b) Předpokládáme, že právě jen jedno dítě z těchto čtyř dětí řeklo pravdu a ostatní tři lhaly.
Zdůvodni, že potom jen Christian mohl být pachatelem.
- c) Domovník pozná, že právě jedno ze čtyř dětí lhalo.

Prošetři, zda na základě těchto podmínek je možné pachatele jednoznačně určit. Uveď eventuálně jméno dítěte, které okno rozbilo. Zjisti počet odpovídajícím výpočtem.