

Soutěž probíhá pod záštitou hejtmána Ústeckého kraje Oldřicha Bubeníčka



MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES

HORNÍ FRANKY - SASKO -
DURYNKO - ČESKÁ REPUBLIKA

Podkrušnohorské gymnázium, Most
6. - 7. dubna 2016



Matematická soutěž Adama Riese 2016 – 2. kolo

Poznámka: Uvádějte celé postupy řešení včetně všech pomocných výpočtů. Všechna svá tvrzení formulujte přesně a nezapomeňte na zdůvodnění.

Příklad 1

Tato úloha pochází z druhé sbírky úloh Adama Riese vydané roku 1522 v Erfurtu. Popsal v ní „pravidlo tří věcí“ (Regula Detri) a vysvětlil jeho využití na mnoha úlohách podobných naší následující úloze:

Za doby života Adama Riese se platilo mezi jinými také guldeny, groši a feniky a pro jejich převod platilo: 1 gulden = 21 grošů, 1 groš = 12 feniků. Délka se vyjadřovala např. pomocí loktů.



- Jeden loket jednoho druhu plátna stojí 3 guldeny, 5 grošů a 5 feniků. Kolik stojí 6 loktů tohoto plátna? Výsledek uveď tak, aby počet grošů a feniků byl co možná nejmenší.
- Pokud 32 loktů jiného druhu plátna stojí 28 guldenů, kolik stojí 6 loktů tohoto plátna? Výsledek uveď tak, aby počet guldenů, grošů a feniků byl co možná nejmenší.

Obchodník nabízí dva druhy plátna: červené plátno stojí 2 guldeny a 10 grošů za jeden loket, modré plátno stojí 1 gulden a 7 grošů za jeden loket. Manželka farmáře nakoupila červené i modré plátno, u obou vždy celý počet loktů, dohromady jich ale nebylo více než deset.

- Kolik loktů plátna nakoupila, když celkovou částku zaplatila jen guldeny? Zjisti, kolik koupila loktů červeného plátna, kolik loktů modrého plátna a jakou částku za plátno zaplatila.

Příklad 2

Nové části města Most byly postupně budovány od roku 1964. Nahradily části tehdejšího starého města založeného ve 13. století, které musely ustoupit těžbě hnědého uhlí. Staré město bylo zbořeno skoro celé, zachován zůstal kostel Nanebevzetí Panny Marie. Tato historická stavba byla v roce 1975 bez svých základů přesunuta po kolejích na nové místo. Průměrná rychlost tohoto přesunu byla menší než 1,5 metru za hodinu.

Pro potřeby následujících úloh jsme změnili čísla od skutečných.

- Ověř výpočtem, že kostel mohl být za 30 dnů přesunut do vzdálenosti 850 metrů, když se za jednu minutu posunul o 20 mm.

Inženýři se rozhodli zvýšit rychlost přesunu na 25 mm za jednu minutu. Bylo ale zapotřebí vždy po deseti hodinách přesunu na dvě hodiny přesun zastavit a vše zkontrolovat.

- Bylo možné za těchto podmínek stihnout přesun za 30 dnů? Svou odpověď zdůvodni.
- Pokud byl přesun zahájen první den v 12:00, kolikátý den bylo dosaženo cíle a v kolik hodin?

Příklad 3

Není nám známo, zda Adam Ries hrál se svou rodinou domino. Možné to ale je, neboť domino se dostalo do Evropy ve 14. století. Předpokládá se, že jej přivezl cestovatel Marco Polo (1254 – 1323) z Číny.

Nejznámější varianta domina sestává z 28 kamenů. Každý kámen je tvořen dvojicí čtvercových polí, ve kterých jsou uvedeny kombinace čísel 0 až 6, každá kombinace právě jednou. Jednotlivé kameny domina budeme uvádět v podobě 0|0, 0|1, ..., 0|6, 1|1, 1|2, ..., 5|6, 6|6. Při tom kombinace 1|3 a 3|1 značí jeden a ten samý kámen, protože je možné kámen otočit.

Při skládání kamenů domina za sebe do řady platí pravidlo, že k sobě můžeme položit pouze kameny se stejným číslem v navazujících polích. Následující obrázek ukazuje tři správně k sobě položené kameny domina.

5	3	3	0	0	0
---	---	---	---	---	---

V následujících úlohách platí, že dva výběry jsou různé, pokud je v jednom alespoň jeden kámen, který není v druhém výběru.

3.1. Zjistí, kolik je možných různých kombinací dvou kamenů domina, kterými je možné v souladu s pravidly doplnit následující řadu.

6	6	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---

3.2. Zjistí, kolik je možných různých kombinací dvou kamenů domina, kterými je možné v souladu s pravidly doplnit následující řadu. U výběru nehraje roli, zda je kámen položený vlevo nebo vpravo.

?	?	6	6	?	?
---	---	---	---	---	---

3.3. Následující řada je tvořena čtyřmi kameny. Dva z nich jsou předem dané.

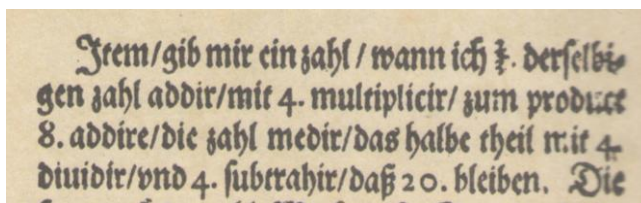
2	0	?	?	?	?	1	6
---	---	---	---	---	---	---	---

- Najdi dva kameny tak, aby je bylo možné položit v souladu s pravidly místo neznámých a aby součet všech číslic na těchto čtyřech kamenech byl dělitelný beze zbytku číslem 16.
- Zdůvodni, proč neexistují takové dva kameny domina, které by bylo možné položit v souladu s pravidly místo neznámých tak, aby součet čísel na všech čtyřech kamenech byl dělitelný číslem 11.

Příklad 4

V druhé sbírce příkladů Adama Riese jsou také příklady na hádání čísel. Úloha Na obrázku by v dnešním jazyce mohla vypadat asi takto:

„Myslím si číslo. Od čtvrtiny tohoto čísla odečtu číslo 10. Vynásobím výsledek číslem 3 a přičtu k tomuto výsledku číslo 4.“



- Předpokládejme, že si Aleš myslí číslo 72. Vypočti, k jakému výsledku se tímto postupem dostane.
- Teď si Aleš myslí jiné číslo a výsledek výpočtu je 19. Zjisti, jaké číslo si Aleš myslel na začátku.

Podobně jako v úloze b) se Adam Ries ptá: „Pokud jako výsledek výpočtu dostanu číslo 22, jaké číslo jsem si myslel?“

Jako postup nalezení výsledku navrhnul vyzkoušet dvě možná čísla:

- Zkusil číslo 68, výsledek dostal 25. Číslo 68 tedy není řešení.
 - Zkusil číslo 48, výsledek dostal 10. Také číslo 48 tedy není řešení.
- Jak mohl Adam Ries pomocí těchto dvou pokusů najít správné řešení? Popiš, jak mohl počítat. Ověř, že tímto postupem nalezené číslo je opravdu řešením úlohy.