MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES

HORNÍ FRANKY – SASKO – DURYNSKO – ČESKÁ REPUBLIKA

Podkrušnohorské gymnázium, Most
25.-26. března 2015

Ústecký kraj
UNITED ENERGY
ČPP VIENNA INSURANCE GROUP
INELSEV
SELEX GROUP
MOST STATUTÁRNÍ MĚSTO

Matematická soutěž Adama Riese 2015 – 2. kolo

Poznámka: Uvádějte celé postupy řešení včetně všech pomocných výpočtů. Všechna svá tvrzení formulujte přesně a nezapomeňte na zdůvodnění.

<u>Příklad 1</u>

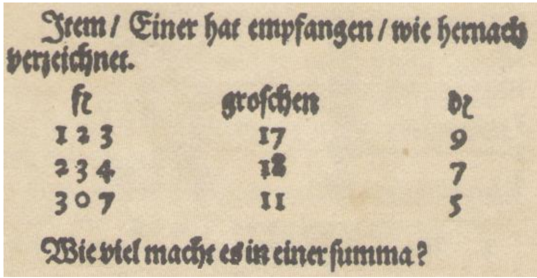
Tato úloha pochází z druhé sbírky úloh Adama Riese vydané roku 1522.
V kapitole věnované sčítání vysvětluje Adam Ries následující:

> *„…ukažme si, jak se pomocí různých množství guldenů, grošů a feniků dostaneme k výsledným součtům.“*


Addiren oder

Summiren

Heißt zusamen thun / Lehret wie man viel vnd mancherley zahlen von gülden/groschen/pfenning vnd hellern in eine summa bringen soll.


Item / Einer hat empfangen / wie hernach verzeichnet.

fl	groschen	d
123	17	9
234	18	7
307	11	5

Wie viel macht es in einer summa?

První úloha v této učebnici po přeložení do současného jazyka zní takto (Originální text této úlohy můžete vidět na obrázcích vpravo.):

Obchodník obdržel následující tři peněžní částky:

- 3 guldeny 17 grošů 9 feniků
- 28 grošů 7 feniků
- 25 feniků

Za doby života Adama Riese se platilo mezi jinými také guldeny, groši a feniky a pro jejich převod platilo: 1 gulden = 21 grošů, 1 groš = 12 feniků

a) Jakou částku peněz obdržel obchodník celkem? Výslednou částku uveď tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.

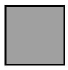
I v dalších úlohách používá Adam Ries finanční částky a jejich vyjádření mincemi.

b) Zákazník musí zaplatit částku 2 guldeny 4 groše a 8 feniků. Ukaž, že existuje právě jeden způsob, jak tuto částku zaplatit pomocí přesně 100 mincí (guldeny, groše a feniky).

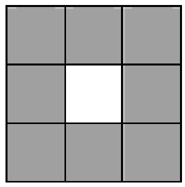
c) Obchodník má 11 mincí (groše a feniky). Poté dostane další mince tak, že se jeho suma peněz zčtyřnásobí. Když pak obchodník změní co největší množství feniků na groše, ukáže se, že má opět 11 mincí (groše a feniky). Kolik nejvíce grošů mohl mít obchodník na začátku? Svou odpověď zdůvodni.

Příklad 2

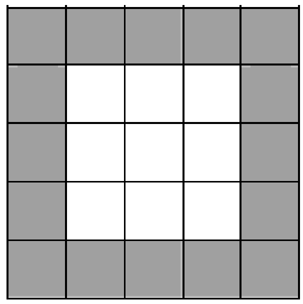
Začněme s jedním samotným čtvercem. Tento označme Prsten 0 (i když je nám jasné, že to ve skutečnosti žádný prsten není). Pokud tak jako na následujících obrázcích přibereme další malé čtverce, vytvoříme Prsten 1 (ten je z osmi malých šedých čtverců), po přibrání dalších vytvoříme Prsten 2. A takto bychom mohli pokračovat.



Prsten 0



Prsten 1



Prsten 2

a) Z kolika čtverců složíme Prsten 4?

b) Z kolika čtverců složíme Prsten 6? K nalezení výsledku nepoužij nákres.

c) Nyní budeme střídavě používat bílé a šedé čtverce. Začneme s jedním bílým čtvercem, ten označíme Prsten 0. Ten obklopíme osmi šedými čtverci a vznikne Prsten 1. Ten obklopíme po obvodu bílými čtverci a vznikne Prsten 2. Kolik bílých a kolik šedých čtverců budeme potřebovat celkem, abychom se dostali k Prstenu 8?

d) Zdůvodni, že bez ohledu na to, k jaké hodnotě Prstenu se dostaneme, nikdy nebude stejný počet použitých šedých a bílých čtverců.

Příklad 3

V matematice často hraje důležitou roli vyhledávání „všech možností". Také vy se pokuste v následujících úlohách vyhledat všechny možnosti.

V předvečer konání finále soutěže Adama Riese řeší jeho účastníci matematické hlavolamy. Jsou při tom rozdělení do družstev, každé družstvo má šest členů (členy družstva označme A, B, C, D, E, F). Řešení každého hlavolamu spočívá ve vyřešení tří menších hlavolamů.

a) Při řešení prvního hlavolamu se členové družstva rozdělí na dvě trojice. Kolik existuje různých možností rozdělení družstva na dvě trojice? Vypiš všechna možná různá rozdělení, vypisuj takto: ABC-DEF, …

   Dávej si pozor na to, že nezáleží na pořadí členů v trojicích ani na pořadí trojic. Proto nejsou různá např. rozdělení ABC-DEF a DFE-CBA.

b) Při řešení prvního hlavolamu se družstvu nepodařilo vyřešit třetí menší hlavolam. Proto se družstvo při řešení dalšího hlavolamu rozdělilo na tři dvojice, aby současně řešili všechny tři menší hlavolamy. Kolik různých možností rozdělení družstva na tři dvojice celkem existuje? Vypiš opět všechny možnosti.

c) Při řešení třetího hlavolamu použilo družstvo jiný plán. Člen tohoto družstva A se ukázal jako velmi schopný řešitel hlavolamů. Proto bude řešit jeden ze tří menších hlavolamů sám. Zbývajících pět členů družstva se rozdělilo na jednu dvojici a jednu trojici. Kolik takových různých možností rozdělení družstva existuje?

Příklad 4

Finálového kola soutěže Adama Riese se účastní čtyři družstva zastupující Horní Franky, Sasko, Durynsko a Českou republiku. Při vyhlašování nejúspěšnějších účastníků jsou udělovány 1., 2. a 3. cena. Každou ze tří cen může obdržet více soutěžících.

Pro hodnocení soutěže družstev (jehož výsledky ale nejsou vyhlašovány) jsou za 1. cenu uděleny tři body, za 2. cenu dva body a za 3. cenu jeden bod. Čím více bodů družstvo získá, tím se umístí lépe.

a) V jednom ročníku soutěže byly uděleny dvě 1. ceny, dvě 2. ceny a čtyři 3. ceny. Z každého družstva získali cenu právě dva zástupci. Podle výše uvedených pravidel získaly týmy, označíme je A, B, C, D, v tomto pořadí 5, 4, 3 a 2 body. Ukaž, že je možné jednoznačně určit, která družstva získala jaká umístění a vypiš, jaké ceny získali zástupci družstev A, B, C a D.

b) V jiném ročníku soutěže bylo uděleno celkem šest cen, mezi nimi alespoň jedna 1. cena, alespoň jedna 2. cena a alespoň jedna 3. cena. A mezi oceněnými byl alespoň jeden zástupce každého družstva. Je možné, aby všechna družstva dosáhla stejného bodového zisku za získaná umístění? Pokud ano, vyhledej všechna taková možná rozdělení cen.