

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Aktivita je spolufinancována Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky
V rámci projektu Nebojte se matematiky č. CZ.1.07/1.1.34/01.0022



MATEMATICKÁ SOUTĚŽ ADAM RIES

HORNÍ FRANKY - SASKO -
DURYNKO - ČESKÁ REPUBLIKA

Podkrušnohorské gymnázium, Most

10.-11.4.2013

Matematická soutěž Adama Riese 2013 – 2. kolo

Poznámka: Uvádějte celé postupy řešení včetně všech pomocných výpočtů. Všechna svá tvrzení formulujte přesně a nezapomeňte na zdůvodnění.

Úloha č. 1:

Adam Ries připravil svou první knihu matematických úloh v Erfurtu. Město Erfurt bylo ve středověku proslulé mimo jiného také díky obchodu s modrým barvivem, které se vyrábělo z rostliny Borytu barvířského, který rostl v okolí města. Nepřekvapí tedy, že se ve svých úlohách Adam Ries odkazuje i na obchod s tímto barvivem. Jedna z úloh zněla takto:

Jedno vědro barviva stojí 9 guldenů a 11 grošů. Kolik stojí 47 věder barviva?

V době, ve které žil Adam Ries, se platilo guldeny a groši. Mezi jednotkami platil následující převod:
1 gulden = 21 grošů.

Vyřeš následující úlohy:

- Vyřeš výše uvedenou úlohu. Výslednou cenu udej tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.
- Jiný zákazník nakoupil barvivo za 571 guldenů a 9 grošů. Cenu barviva usmlouval tak, že dostal každé 20. vědro zdarma. Vypočti, kolik věder celkem nakoupil.
- Obchodník s barvivem nabízí kromě vědra za 9 guldenů a 11 grošů také dražší vědro za 11 guldenů. Zákazník nakoupil celkem 10 věder, za která zaplatil celkem 104 guldeny a 2 groše. Zjisti, kolik věder které velikosti zákazník nakoupil. Ukaž, že kromě tvého výsledku už není žádné další možné řešení.



*Na obrázku vidíte Erfurt v roce 1490
(obrázek je z kroniky vydané v roce 1493)*

Úloha č. 2:

Mnoho logických her má asijsky znějící jména (např. sudoku, kakuro, hashi,...), i když pocházejí z úplně jiných částí světa. Hra **Hitori** je jednou z mála, které opravdu pocházejí z Japonska.

Výchozím je čtverec vyplněný jednocifernými čísly a úkolem je vybarvit hodnoty některých polí tak, aby se tato vybarvená hodnota nevyskytovala mezi **nevybarvenými** hodnotami v žádném řádku ani sloupci vícekrát. Další podmínkou je, že vybarvená pole se nesmí dotýkat ani vodorovně ani svisle. Rohem se však dotýkat mohou. Naopak čísla, která nevybarvíte musí tvořit souvislou plochu - nestačí kontakt rohem. Slovně vypadají pravidla komplikovaně, ale stačí si prohlédnout přiložený obrázek již vyřešeného hlavolamu Hitori a zkontrolovat si dodržení pravidel.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td><td>7</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>5</td><td>7</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>2</td><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>7</td></tr> </tbody> </table>	1	5	6	5	7	7	4	7	5	7	1	3	1	2	2	5	1	6	2	5	3	5	6	4	3	2	3	1	3	1	4	7	2	2	5	6	2	3	2	4	1	5	6	1	5	2	6	3	7	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td><td>7</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>5</td><td>7</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>2</td><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>7</td></tr> </tbody> </table>	1	5	6	5	7	7	4	7	5	7	1	3	1	2	2	5	1	6	2	5	3	5	6	4	3	2	3	1	3	1	4	7	2	2	5	6	2	3	2	4	1	5	6	1	5	2	6	3	7
1	5	6	5	7	7	4																																																																																													
7	5	7	1	3	1	2																																																																																													
2	5	1	6	2	5	3																																																																																													
5	6	4	3	2	3	1																																																																																													
3	1	4	7	2	2	5																																																																																													
6	2	3	2	4	1	5																																																																																													
6	1	5	2	6	3	7																																																																																													
1	5	6	5	7	7	4																																																																																													
7	5	7	1	3	1	2																																																																																													
2	5	1	6	2	5	3																																																																																													
5	6	4	3	2	3	1																																																																																													
3	1	4	7	2	2	5																																																																																													
6	2	3	2	4	1	5																																																																																													
6	1	5	2	6	3	7																																																																																													
Zadání	Řešení																																																																																																		

- a) Pavel chce vyřešit Hitori na Obr.1 vpravo. Na základě pravidel pro řešení Hitori si vytvořil následující dvě tvrzení:

- 1) Ve vedle sebe umístěné trojice stejných čísel musí být začerněna obě krajní, naopak prostřední hodnota začerněna být nesmí.
- 2) Číslo, které se nachází mezi dvojicí stejných čísel, nesmí být začerněno.

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Obr. 1

Zjistí, zda tato dvě Pavlova tvrzení jsou pravdivá a své tvrzení zdůvodní.

- b) Pavel řeší Hitori. Začernuje si políčka, která neodpovídají podmínkám řešení. Políčka, která nesmí být začerněna, si označuje kroužkem. Po šesti krocích dostává Hitori na Obr. 2, po 11 krocích má stav na Obr. 3 a po 14 krocích má stav na Obr. 4.

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Obr. 2

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Obr. 3

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Obr. 4

1	3	2	6	5	4
1	6	5	2	5	1
4	1	5	3	2	6
3	5	5	4	3	3
3	2	4	6	6	4
2	5	3	6	1	5

Obr. 5

Dokonči řešení tohoto Hitori. Zjistí, zda existuje jediné řešení tohoto Hitori.

- c) Vyřeš Hitori na **Obr. 5**.

Úloha č. 3:

V matematice často hraje důležitou roli vyhledávání „všech možností“. Také vy se pokuste v následujících úlohách vyhledat všechny možnosti.

Erfurt patřil za života Adama Riese k největším německým městům. Rukodělná výroba a obchod potřebovaly pro své fungování vyjadřovat hmotnosti, množství, počty a částky a k tomu bylo zapotřebí početního mistra. Proto nepřekvapuje, že zde v této době působil Adam Ries.



3.1. Stopy působení Adama Riese v Erfurtu nalezneme na Kamářském mostě (K), na radnici (R), tiskárně Matyáše Malera (M) a na univerzitě (U). V této úloze půjde o to, uspořádat obrázky těchto budov na pohlednici, která bude vydána jako připomínka početního mistra Adama Riese. Obrázky těchto budov budou uspořádány do čtyř očíslovaných polí na pohlednici tak, jak je naznačeno na náčrtku vpravo.

(1)	(2)
(3)	(4)

Při zápisu nalezených řešení používej písmena uvedená v závorkách. Zápis řešení KRMU znamená, že do prvního pole bude umístěn obrázek Kramářského mostu (K), do druhého pole bude umístěn obrázek radnice (R), do třetího tiskárna Matyáše Malera (M) a do čtvrtého obrázek univerzity (U).

Vypiš tímto způsobem všechna možná uspořádání obrázků na pohlednici za předpokladu, že na první pozici bude vždy obrázek radnice (R).

Kolik celkem existuje různých uspořádání obrázků na pohlednici?

Na kolika z těchto uspořádání jsou radnice a univerzita vedle sebe?

3.2. Jeden výrobce skleněných ozdob nabízí na trhu v Erfurtu skleněné kuličky modré (b), zlaté (g), růžové (p), červené (r) a stříbrné (s) barvy. Balí je do krabiček vždy po třech kusech a v žádné krabičce nejsou kuličky stejné barvy.

Vypiš všechny možné barevné kombinace kuliček v krabičce. Možnosti vypisuj: bgp, ... (Dej pozor na to, že varianty bgp a bpg nejsou brány jako různé možnosti, protože jsou tvořeny stejnou trojicí barev.)

Když bude výrobce balit kuličky do krabiček po dvou (opět každá různé barvy), dostane stejný počet možností jako když balí kuličky po třech.

Objasni tuto vzájemnou souvislost.

Úloha č.4:

Tato úloha je ze starého Říma (přibližně rok 100 před naším letopočtem).

Žena, která porodí dítě, musí splnit náležitosti dědictví po svém manželovi. Mezi ženu a narozené dítě bude podle římských zákonů rozděleno 3150 denárů. (na obrázku vpravo vidíte 1 denár – minci, kterou se platilo ve starém Římě). Dvě pravidla pro rozdělení peněz mezi ženu a dítě jsou následující:



- pokud se narodí syn, dostane matka polovinu toho, co dostal syn
- pokud se narodí dcera, dostane matka dvojnásobek toho, co dostala dcera

Úlohy:

- a) Vypočti, kolik denárů dostane matka v případě, že se jí narodí syn a kolik v případě, že se jí narodí dcera.
- b) Narodila se dvojčata – chlapec a děvče. Vypočti, jak se bude dělit dědictví, když musí být dodržena obě pravidla rozdělení peněz.
- c) Zjisti, zda je možné jednoznačně určit pohlaví dětí v případě narození trojčat, kdy matka dostala 1260 denárů. Své tvrzení zdůvodni.