



Soutěž Adama Riese 2010

Podkrušnohorské gymnázium, Most

18.3.2010

Poznámka: Uvádějte celé postupy řešení včetně všech pomocných výpočtů. Všechna svá tvrzení formulujte přesně a nezapomeňte na zdůvodnění.

Úloha č. 1:

Adam Ries ve své druhé sbírce úloh vydané roku 1522 uvedl příklad s nákupem fíků a rozinek. Originál textu zadání můžete vidět v rámečku vpravo, čísla v zadání byla pozměněna. Pro řešení úlohy platí:

- 8 liber fíků stojí 1 gulden
- 6 liber rozinek stojí také 1 gulden

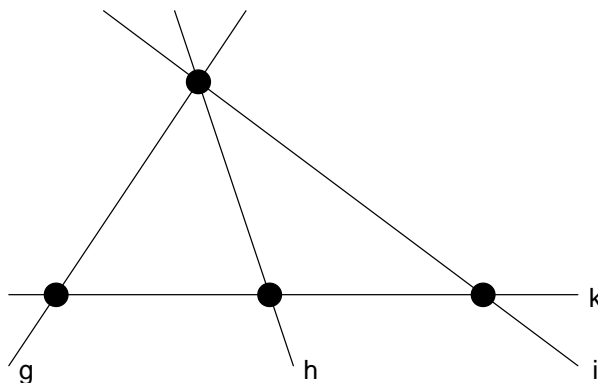
Item/ 8. pfunde Feigen kosten ein fl. vnd 5. lb. Weinberlin auch ein fl. wie viel gebüret mir ein so viel als des andern für 2. fl? Wachs also: Sed jegliches 8. lb. Examir/leuge zu viel fl. Sed derhalben jeglicher 16. pfunde. Examir/leuge zu viel 3. floren/vnd fl. Wachs theil/stehee also:

Libra byla v době Adama Riese běžnou jednotkou hmotnosti. Při placení se používaly guldeny, šilinky a halře. Pro přepočítání mincí platí: 1 gulden = 20 šilinků, 1 šilink = 12 halřů.

- a) Vypočítí, kolik halřů stála jedna libra fíků.
- b) Kolik fíků a rozinek mohou koupit dohromady za 7 guldenů, když má být fíků i rozinek stejné množství? Vyřeš tuto úlohu.
- c) Zákazník nakoupil celkem 20 liber fíků a rozinek a zaplatil za ně 3 guldeny. Vypočítí, kolik nakoupil liber fíků a kolik liber rozinek.

Úloha č. 2:

V této úloze nás budou zajímat počty vzájemných průsečíků, které mohou mít určité počty přímek. Obrázek vpravo zobrazuje čtyři přímky g , h , i , k , které se navzájem protínají ve čtyřech bodech.



- a) Narýsuj čtyři přímky tak, aby se navzájem protínaly právě v pěti bodech.
- b) Narýsuj čtyři přímky tak, aby se navzájem protínaly v co možná největším počtu bodů.
- c) Zjisti nejvyšší možný počet průsečíků pro šest přímek. Zdůvodni, proč neexistuje žádný vyšší možný počet průsečíků.
- d) Dokaž, že číslo 25 nikdy nemůže být nejvyšším možným počtem průsečíků určitého počtu přímek.

Úloha č. 3:

S Adamem Riesem se můžete ve městě Annaberg-Buchholz setkat na mnoha místech. Nejvíce ale v jeho bývalém domě v ulici Johannisgasse 6. Zde se nachází muzeum Adama Riese, početní škola a knihovna.

Provedeme Aničku tímto domem a při tom vyřešíme několik úloh, ve kterých nás budou zajímat všechny možnosti uspořádání, pořadí a výběrů.



Úloha 3.1.: Anička si v muzeu čte o významných mužích doby Adama Riese, se kterými se ale Adam Ries pravděpodobně osobně nikdy nesetkal:

- Mikoláš Koperník vytvořil heliocentrickou teorii vesmíru.
- Martin Luther přeložil do němčiny Bibli.
- Paracelsus položil základy novodobého lékařství.
- Georgius Agricola sepsal významnou příručku o hornictví a mineralogii.

Anička má podobizny těchto čtyř mužů a Adama Riese.

- a) Anička má k obrázkům přiřadit správná jména. Adama Riese a Martina Luthera poznala okamžitě a správně přiřadila jména k jejich podobiznám. Ostatní tři muže nepoznala, přiřadila tedy náhodně jména k zbylým třem neznámým podobiznám. Kolik různých možností přiřazení jmen k zbylým třem podobiznám existuje celkem?
- b) Anička má pověsit podobizny všech pěti významných mužů na zeď do dvou řad tak, že v horní řadě budou tři podobizny a v spodní řadě zbylé dvě. V tomto okamžiku už zná správná jména všech pěti mužů na podobiznách.
 - 1) Anička má do spodní řady pověsit podobizny Agricoly a Paracelsuse. Kolik existuje celkem různých možností pověšení všech pěti podobizen?
 - 2) Kolik různých možností zavěšení podobizen existuje, pokud je předem určeno jen to, že podobizna Agricoly má být zavěšena na poslední pozici ve spodní řadě?

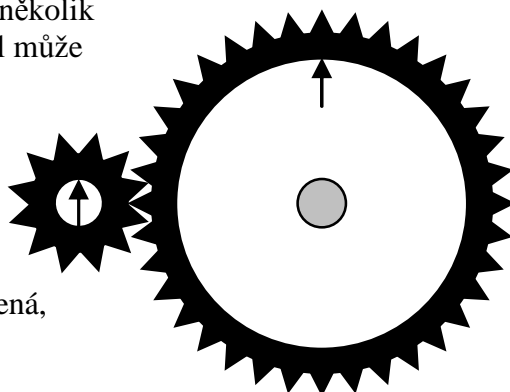
Úloha 3.2.: Anička, Elena, Felix a Max řeší v rámci projektu úlohy v domě Adama Riese. Čtveřice si úlohy rozdělila tak, že dva řeší úlohy společně, zbylí dva řeší úlohy samostatně. Vše probíhá současně v muzeu Adama Riese, v početní škole a v knihovně. Nás budou zajímat všechny možnosti, kdo pracuje s kým nebo sám a v které části domu Adama Riese.

- a) Jen v této úloze předpokládejme, že obě děvčata Anička a Elena pracují společně ve dvojici. Sestav tabulku se všemi možnými obsazeními tří částí domu (muzeum, škola, knihovna) čtveřicí studentů. Jména studentů můžete do tabulky zapisovat jen pomocí prvních písmen A, E, F, M.
- b) Kolik celkem různých možností rozdělení studentů do skupinek a částí domu existuje?

Úloha č. 4:

Martin dostal k Vánocům stavebnici, ve které se nachází i několik ozubených kol. Pomocí kombinace různých ozubených kol může experimentovat s převody.

Výchozí pozici ozubených kol si Martin vždy zaznamená pomocí svislých šipek. Potom otáčí jedním z ozubených kol a zkoumá pohyb druhého kola.



Kola budeme označovat podle počtu jejich zubů. To znamená, že kolo R_{12} má 12 zubů.

- Martin nejprve použije dvě kola R_{12} a R_{36} (jsou vyznačena na obrázku). Kolikrát se otočí kolo R_{12} , když kolo R_{36} provede tři otáčky?
- Při experimentu se stejnými koly provedlo kolo R_{12} přesně o 20 otáček více než kolo R_{36} . Zdůvodni, že při tomto experimentu provedlo kolo R_{36} přesně 10 otáček.
- Nyní Martin použil kola R_{12} a R_{15} . Zdůvodni, že se po čtyřech otáčkách kola R_{15} obě kola nacházejí vůči sobě opět v počáteční pozici.
- Nyní Martin kombinuje kolo R_{12} s jiným kolem. Zjistí při tom, že se obě kola dostanou poprvé do výchozí pozice vůči sobě teprve po otočení o 180 zubů. Zjisti, zda je možné z těchto informací jednoznačně určit počet zubů druhého kola.