

## Úloha č. 1:

Označme  $R_9(a)$  zkoušku devítkou čísla  $a$ .

- a) Důkaz pro 2375:  $R_9(2375) = R_9(2 + 3 + 7 + 5) = R_9(17) = R_9(1 + 7) = R_9(8) = 8$   
 $R_9(47598) = R_9(4 + 7 + 5 + 9 + 8) = R_9(33) = R_9(3+3) = R_9(6) = 6$

- b) Zkouška devítkou pro příklad (1):

$$R_9(7869) = R_9(7 + 8 + 6 + 9) = R_9(30) = R_9(3 + 0) = R_9(3) = 3$$

$$R_9(8769) = R_9(8 + 7 + 6 + 9) = R_9(30) = R_9(3 + 0) = R_9(3) = 3$$

$$R_9(7869) + R_9(8769) = 3 + 3 = 6$$

$$R_9(16368) = R_9(1 + 6 + 3 + 6 + 8) = R_9(24) = R_9(2 + 4) = R_9(6) = 6$$

Zkouška devítkou pro příklad (2):

$$R_9(12469) + R_9(26389) = 4 + 1 = 5 \neq 4 = R_9(38758)$$

Písenný výpočet příkladu (1):  $7869 + 8769 = 16638$

Písenný výpočet příkladu (2):  $12469 + 26389 = 38858$



Výrok A1 je nepravdivý. Při zkoušce devítkou příkladu (1) se horní a dolní pole v kříži rovnají, písenný výpočet přesto ukazuje chybný výsledek.

Tudíž musí být výrok A2 pravdivý. Řešení příkladu (2) je příkladem pravdivosti tohoto výroku (zkouška devítkou se nezdařila a výsledek výpočtu je chybný).

- c) Zkouška devítkou pro příklad (3):

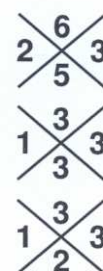
$$R_9(11) \cdot R_9(21) = 2 \cdot 3 = 6 \neq 5 = R_9(221)$$

Zkouška devítkou pro příklad (4):

$$R_9(7453) \cdot R_9(165) = 1 \cdot 3 = 3 = 3 = R_9(1229745)$$

Zkouška devítkou pro příklad (5):

$$R_9(7453) \cdot R_9(165) = 1 \cdot 3 = 3 \neq 2 = R_9(1228745)$$



Protože se u **příkladu (5)** nezdařila zkouška devítkou, je jeho výsledek chybný.

## Úloha č.2:

- a) Je celkem **6 možností** (BLN, BNL, LBN, LNB, NBL a NLB).

Když se ke skupině připojí další běžec na lyžích, můžeme dvojici  $L_1$  a  $L_2$  pokládat za „zdvojené“ L. Pro tři běžce B, L, N je 6 možností (stejně jako výše) a protože „zdvojené“ L v sobě může obsahovat pořadí  $L_1L_2$  a  $L_2L_1$ , zdvojnásobuje se celkový počet možností. Máme tedy celkem **12 možností** pořadí běžců, ve kterých jsou  $L_1$  a  $L_2$  za sebou.

- b) Z pěti sportovních disciplín jsou vybíráni zástupci právě dvou disciplín bez ohledu na jejich pořadí. Máme tedy k dispozici následujících **10 možností** (řazeno abecedně):  
BL, BN, BR, BS, LN, LR, LS, NR, NS, RS.

Zdůvodnění: Při uvažovaném výběru tří sportovních disciplín z pěti nám vždy dvě disciplíny zbývají. Proto se navzájem rovnají počty výběrů tří disciplín z pěti a dvou disciplín z pěti.

Všichni členové družstva mohou být z jedné sportovní disciplíny (5 možností výběru), ze dvou disciplín (10 možností výběru, způsob výběru viz. předchozí příklad), ze tří disciplín (10 možností výběru), ze čtyř disciplín (5 možností výběru) a z pěti disciplín (1 možnost výběru). Celkem tedy máme k dispozici  $5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$  **různých možností** sestavení družstva.

### Úloha č.3:

- a) Jedna libra zázvoru stojí 16 šilinků. Potom stojí 90 liber zázvoru  $90 \cdot 16 = 1440$  šilinků. Jeden gulden je 20 šilinků, platí tedy  $1440 : 20 = 72$  **guldenů**.
- b) Jeden pytel zázvoru váží 90 liber a 24 lotů. Jedna libra a tedy i 32 lotů zázvoru stojí 16 šilinků. Z toho vyplývá, že 2 loty zázvoru stojí 1 šilink a 24 lotů zázvoru stojí 12 šilinků. V bodu a) tohoto příkladu jsme vypočítali, že 90 liber zázvoru stojí 72 guldenů. Celý pytel zázvoru tedy stojí **72 guldenů a 12 šilinků**.
- c) Jedna libra zázvoru stojí 16 šilinků. 32 lotů zázvoru tedy stojí  $16 \cdot 12 = 192$  haléřů. Jeden lot zázvoru tedy stojí  $192 : 32 = 6$  haléřů. Pokud zákazník nakoupí zázvor za 45 guldenů a 6 haléřů, což je celkem  $45 \cdot 20 \cdot 12 + 6 = 10806$  haléřů, nakoupí tedy  $10806 : 6 = 1801$  lotů zázvoru. Převedeno na větší jednotky se jedná o **56 liber a 9 lotů** zázvoru ( $56 \cdot 32 + 9$ )

### Úloha č.4:

- a) vypsání všech možností kombinací čísel 2, 0, 0, 9 dostaneme celkem 12 různých možností. Tyto jsou v abecedním pořadí vypsány v následující tabulce.

Pořadí číslic	Čas	Poznámka
0029	00:29	0 na místě desítek hodin, čas se takto nezobrazí na hodinách
0092	00:92	92 minut se nezobrazí
0209	02:09	0 na místě desítek hodin, čas se takto nezobrazí na hodinách
0290	02:90	90 minut se nezobrazí
0902	09:02	0 na místě desítek hodin, čas se takto nezobrazí na hodinách
0920	09:20	0 na místě desítek hodin, čas se takto nezobrazí na hodinách
2009	20:09	
2090	20:90	90 minut se nezobrazí
2900	29:00	29 hodin se nezobrazí
9002	90:02	90 hodin se nezobrazí
9020	90:20	90 hodin se nezobrazí
9200	92:00	92 hodin se nezobrazí

Z tabulky dostáváme jediné možné řešení čas **20:09**.

2. možný způsob řešení:

Protože jsou zadány 4 cifry, musí být počet hodin dvouciferný. Číslice 0 a 9 tím pádem nepřicházejí v úvahu. Protože číslice 9 nemůže být ani na druhém a třetím místě, je jediným řešením čas 20:09.

- b) menší palindrom, který se během dne může objevit na těchto digitálních hodinách je 0:00, největší je 23:32

Možnost 1 (jdnociferný počet hodin): Každý palindrom zapíšeme ve tvaru  $a:ba$ . Pro počet hodin a jednotky minut vyjádřené číslicí  $a$  je možné použít všechny číslice, pro číslici  $b$  udávající desítky minut nemůžeme použít číslice větší než 5. Platí tedy  $a \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $b \in \{0,1,2,3,4,5\}$ . Při řešení dostaneme tedy  $10 \cdot 6 = \mathbf{60}$  palindromů.

Možnost 2 (dvouciferný počet hodin): Každý palindrom zapíšeme ve tvaru  $ab:ba$  ( $a \neq 0$ ). Pro desítky hodin vyjádřené číslicí  $a$  můžeme použít jen číslice 1 a 2. Pro  $a = 1$  nepřicházejí v úvahu na místě  $b$  číslice větší než 5. Pro  $a = 2$  nepřicházejí v úvahu na místě  $b$  číslice větší než 3. Pro  $a = 1$  platí tedy  $b \in \{0,1,2,3,4,5\}$ , pro  $a = 2$  platí  $b \in \{0,1,2,3\}$ . Možnost 2 má tedy jako výsledek  $6 + 4 = \mathbf{10}$  palindromů.

Takovéto digitální hodiny zobrazí během dne  $60 + 10 = \mathbf{70}$  palindromů.

- c) Nejkratší čas mezi dvojicí palindromů jsou **2 minuty**, nejdelší je **251 minut**.

Zdůvodnění:

Možnost 1 (jdnociferný počet hodin  $a:ba$ ):

Bez změny na místě hodin je čas mezi dvojicí za sebou následujících palindromů (vzniklých zvýšením  $b$  o jedna) deset minut.

Se změnou na místě hodin je čas mezi dvojicí za sebou následujících palindromů (vzniklých zvýšením  $b$  na nulu a zvýšením  $a$  o jedna) jedenáct minut.

Možnost 2 (změna počtu hodin z jdnociferného na dvouciferný):

Největší palindrom s jdnociferným počtem hodin je 9:59, nejmenší palindrom s dvouciferným počtem hodin je 10:01, čas mezi nimi je **2 minuty**.

Možnost 3 (dvouciferný počet hodin  $ab:ba$ ):

Bez změny číslice  $a$  na místě desítek hodin a zvýšením číslice  $b$  o jedna je čas mezi dvojicí za sebou následujících palindromů 70 minut.

Při změně číslice  $a$  na místě desítek hodin je pro  $a = 1$  největší palindrom čas 15:51, pro  $a = 2$  je nejmenší palindrom čas 20:02. Čas mezi touto dvojicí palindromů je **251 minut**.

## Bodování:

### Úloha č.1:

- |   |                |
|---|----------------|
| a) Provedení zkoušky devítkou pro čísla 2375 a 47598  | 1 bod          |
| b) Provedení zkoušky devítkou pro příklady (1) a (2)<br>Kontrola pomocí sečtení a pravdivost tvrzení A2                       | 1 bod<br>1 bod |
| c) Určení chyby v příkladu (3)<br>Kontrola výpočtů (4) a (5) pomocí zkoušky devítkou a určení špatně<br>vypočítaného příkladu | 1 bod<br>1 bod |

### Úloha č.2:

- |   |       |
|---|-------|
| a) Vypsání všech možných pořadí                         | 1 bod |
| Počet pořadí na trati                                   | 1 bod |
| b) Vypsání všech možných způsobů obsazení družstva      | 1 bod |
| Zdůvodnění rovnosti 5 na 2 a 5 na 3                     | 1 bod |
| Výsledek různých způsobů obsazení družstva a zdůvodnění | 1 bod |

### Úloha č.3:

- |  |       |
|--|-------|
| a) Cena v guldenech                    | 1 bod |
| b) Postup                              | 1 bod |
| výsledek udaný v nejmenším počtu mincí | 1 bod |
| c) Postup                              | 1 bod |
| výsledek                               | 1 bod |

### Úloha č.4:

- |   |       |
|---|-------|
| a) Výsledek                                 | 1 bod |
| b) Formulace postupu                        | 1 bod |
| Výsledek                                    | 1 bod |
| c) Nejdelší a nejkratší čas mezi palindromy | 1 bod |
| Zdůvodnění                                  | 1 bod |